SUR LA RÉFLEXION D'UNE ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE PLANE PAR UNE SURFACE RUGUEUSE PARFAITEMENT CONDUCTRICE

par J. P. SCHOUTEN, et A. T. DE HOOP *

1. INTRODUCTION.

Le présent exposé traite de la réflexion d'une onde électromagnétique plane par une surface parfaitement conductrice et périodique en x et en y, les périodes respectives étant L_1 et L_2. On montre que le champ réfléchi au-dessus de la surface périodique est la superposition d'un nombre fini d'ondes planes qui, ou bien se propagent (direction réelle de propagation) ou bien décroissent de façon exponentielle (direction complexe de propagation).

La méthode utilisée ici pour déterminer les composantes du champ électrique des ondes réfléchies est analogue à celle indiquée par Rice [1]. Notre exposé diffère de celui de Rice sur certains points :

i) nous prenons des conditions aux limites exactes tandis que dans [1] on n'utilise que des conditions aux limites approximatives ;

ii) nous prenons $L_1 \neq L_2$; en [1] on traite le cas où $L_1 = L_2 = L$;

iii) dans notre problème le plan d'incidence a une orientation quelconque ; la seule condition est qu'il contienne l'axe des z ; en [1] le plan d'incidence coïncide avec le plan des x, z ;

iv) la direction de propagation de l'onde incidente est arbitraire ; en [1] l'angle d'incidence est choisi de façon restrictive parmi un ensemble de valeurs discrètes telles que le champ électromagnétique soit périodique, et que sa période L soit égale à celle de la surface.

Les composantes du champ électrique sont déterminées jusqu'aux termes du second degré inclusivement dans les coefficients de Fourier de la série représentant la surface.

Les expressions de l'onde réfléchie principale (qui suit la loi de Snell) sont données de façon explicite ; elles peuvent avoir quelque intérêt dans la théorie de la propagation des ondes sur un terrain irrégulier.

2. POLARISATION NORMALE AU PLAN D'INCIDENCE.

L'équation de la surface périodique parfaitement conductrice qui fait l'objet de notre examen est donnée par :

(2.01)
$$z = f(x, y) = \sum_{m,n=-\infty}^{+\infty} f_{m,n} \exp\,[i(2\pi mx/L_1 + 2\pi ny/L_2)],$$

où L_1 est la période dans la direction des x et L_2 la période dans la direction des y.

Si $f(x, y)$ est donnée, les coefficients $f_{m,n}$ sont définis par :

$$f_{m,n} = (1/L_1 L_2) \int_0^{L_1} dx \int_0^{L_2} dy\, f(x, y) \times \exp\,[-i(2\pi mx/L_1 + 2\pi ny/L_2)]. \tag{2.02}$$

Étant donné que $f(x, y)$ est réelle, $f_{m,n}$ satisfait à la condition :

$$f_{-m,-n} = f^*_{m,n}, \tag{2.03}$$

où l'étoile désigne la quantité imaginaire conjuguée ; nous prenons de plus $f_{0,0} = 0$, c'est-à-dire que la valeur moyenne de $f(x, y)$ est nulle.

Si nous supposons que le plan d'incidence contient l'axe des z, l'onde incidente d'amplitude unité, dans le cas d'une polarisation normale au plan d'incidence, est donnée par :

(2.04)
$$E_x^{\text{inc}} = -\beta_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \exp\,[ik(\alpha_0 x + \beta_0 y + \gamma_0 z)],$$
$$E_y^{\text{inc}} = \alpha_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \exp\,[ik(\alpha_0 x + \beta_0 y - \gamma_0 z)],$$
$$E_z^{\text{inc}} = 0,$$

où $(\alpha_0\ \beta_0 - \gamma_0)$ sont les cosinus directeurs de la direction de propagation, et où $k = 2\pi/\lambda$, λ étant la longueur d'onde dans l'espace libre. Tout au long de l'exposé, on s'abstient de faire figurer la fonction harmonique du temps de la forme $\exp(-i\omega t)$.

Pour une frontière plane coïncidant avec le plan $z = 0$, le champ électrique de l'onde réfléchie dans la région des $z > 0$, est donné par :

(2.05)
$$E_x^2 = \beta_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \exp\,[ik(\alpha_0 x + \beta_0 y + \gamma_0 z)],$$
$$E_y^2 = \alpha_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \exp\,[ik(\alpha_0 x + \beta_0 y + \gamma_0 z)],$$
$$E_z^2 = 0.$$

Maintenant, si F désigne une composante quelconque du champ électromagnétique en présence de la surface périodique $z = f(x, y)$, nous pouvons écrire [2] :

$$F(x, y, z) = F_1(x, y, z) \exp\,[ik(\alpha_0 x + \beta_0 y)],$$

où $F_1(x\,;\,y\,;\,z)$ est périodique à la fois en x et en y ; les périodes respectives étant L_1 et L_2. Il s'ensuit que les composantes du champ électrique pour z $f(x, y)$ sont les suivantes :

$$E_x = E_x^{\text{inc}} + E_x^2 + \sum_{m,n=-\infty}^{+\infty} A_{m,n} \times \exp\,[ik(\alpha_m x + \beta_n y + \gamma_{m,n} z)],$$

* Laboratoire d'Électrotechnique, École Technique Supérieure, Delft, Pays-Bas.

In: Annales des Télécommunications, Vol. 12, No. 5, 1957, pp. 211-214

$$(2.06)\quad E_y = E_y^{\text{inc}} + E_y^2 + \sum_{m,n=-\infty}^{+\infty} B_{m,n} \times \exp\left[\mathrm{i}k(\alpha_m x + \beta_n y + \gamma_{m,n} z)\right],$$

$$E_z = \sum_{m,n=-\infty}^{+\infty} C_{m,n} \times \exp\left[\mathrm{i}k(\alpha_m x + \beta_n y + \gamma_{m,n} z)\right],$$

où

$$(2.08)\quad \alpha_m = \alpha_0 + 2\pi m/kL_1,$$

$$(2.09)\quad \beta_n = \beta_0 + 2\pi n/kL_2,$$

$$(2.10)\quad \gamma_{m,n} = (1 - \alpha_m^2 - \beta_n^2)^{1/2}, \quad \text{si} \quad \alpha_m^2 + \beta_n^2 < 1,$$
$$= \mathrm{i}(\alpha_m^2 + \beta_n^2 - 1)^{1/2}, \quad \text{si} \quad 1 < \alpha_m^2 + \beta_n^2.$$

Le signe de la racine carrée qui donne $\gamma_{m,n}$ est choisi de telle manière que dans (2.06) le champ électrique soit la superposition d'ondes planes qui, ou bien se propagent dans la direction $(\alpha_m, \beta_n, \gamma_{m,n})$ ($\gamma_{m,n}$ réel), ou bien décroissent de façon exponentielle dans la direction des z positifs ($\gamma_{m,n}$ imaginaire).

Il ressort clairement de (2.10) que si $L_1 < \lambda$ et $L_2 < \lambda$ il ne peut certainement pas exister d'onde qui se propage en dehors de l'onde principale (correspondant à $m = n = 0$).

Pour calculer les coefficients $A_{m,n}$, $B_{m,n}$, et $C_{m,n}$ nous imposons au champ électrique de satisfaire à la condition :

$$(2.11)\quad \underline{n} \times \underline{E} = 0 \quad \text{sur} \quad z = f(x, y)$$

où $\underline{n} = n_x \underline{i}_x + n_y \underline{i}_y + n_z \underline{i}_z$ est le vecteur unitaire dans la direction normale à la surface $z = f(x, y)$ et qui est dirigé vers la région $z > f(x, y)$, et où $\underline{E} = E_x \underline{i}_x + E_y \underline{i}_y + E_z \underline{i}_z$ désigne le champ électrique.

L'équation (2.11) est équivalente à

$$(2.12)\quad n_z E_x - n_x E_z = 0, \qquad n_z E_y - n_y E_z = 0,$$

qui se ramène à :

$$(2.13)\quad E_x + \frac{\partial f}{\partial x} E_z = 0, \quad E_y + \frac{\partial f}{\partial y} E_z = 0,$$

sur $z = f(x, y)$ étant donné que $n_x = -\dfrac{\partial f}{\partial x} n_z$, et que $n_y = -\dfrac{\partial f}{\partial y} n_z$.

Notre équation (2.13) remplacerait l'équation (3.10) de RICE [1] qui est fondée sur des conditions aux limites approximatives.

En partant de (2.13) et en tenant compte de la relation

$$(2.14)\quad \alpha_m A_{m,n} + \beta_n B_{m,n} + \gamma_{m,n} C_{m,n} = 0,$$

qui résulte de div $\underline{E} = 0$, nous pouvons (tout au moins en principe) déterminer les coefficients $A_{m,n}$, $B_{m,n}$ et $C_{m,n}$. Dans ce but nous écrivons :

$$(2.15)\quad \begin{aligned} A_{m,n} &= A_{m,n}^{(1)} + A_{m,n}^{(2)} + A_{m,n}^{(3)} + \ldots, \\ B_{m,n} &= B_{m,n}^{(1)} + B_{m,n}^{(2)} + B_{m,n}^{(3)} + \ldots, \\ C_{m,n} &= C_{m,n}^{(1)} + C_{m,n}^{(2)} + C_{m,n}^{(3)} + \ldots, \end{aligned}$$

où $A_{m,n}^{(q)}$ est la partie de $A_{m,n}$ qui est du $q$ième degré dans les coefficients $f_{r,s}$; $B_{m,n}$ et $C_{m,n}$ ont une signification analogue.

En introduisant (2.06), (2.04) et (2.05) dans (2.13) et en égalant séparément à zéro les différents degrés (repérés par l'indice q) nous aboutissons aux relations suivantes :

$$A_{m,n}^{(1)} = -2\mathrm{i}\beta_0\gamma_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} k f_{m,n},$$

$$A_{m,n}^{(2)} = -\mathrm{i} \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} \left[\gamma_{r,s} A_{r,s}^{(1)} + (\alpha_m - \alpha_r) C_{r,s}^{(1)}\right] k f_{m-r,n-s},$$

$$B_{m,n}^{(1)} = 2\mathrm{i}\alpha_0\gamma_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} k . f_{m,n},$$

$$B_{m,n}^{(2)} = -\mathrm{i} \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} \left[\gamma_{r,s} B_{r,s}^{(1)} + (\beta_n - \beta_s) C_{r,s}^{(1)}\right] k f_{m-r,n-s} ;$$

où nous nous limitons aux termes du premier et du second ordre.

En tenant compte de (2.14) nous obtenons :

$$(2.16)\quad \left\{ \begin{aligned} A_{m,n}^{(1)} &= -2\mathrm{i}\beta_0\gamma_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} k . f_{m,n}, \\ B_{m,n}^{(1)} &= 2\mathrm{i}\alpha_0\gamma_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} k . f_{m,n}, \\ C_{m,n}^{(1)} &= 2\mathrm{i}\gamma_0\gamma_{m,n}^{-1}(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2}(s_0\alpha_m - \alpha_0\beta_n) k . f_{m,n} ; \end{aligned} \right.$$

$$(2.17)\quad \left\{ \begin{aligned} A_{m,n}^{(2)} &= -2\gamma_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} [\beta_0\gamma_{r,s} - \\ &\qquad (\alpha_m - \alpha_r)(\beta_0\alpha_r - \alpha_0\beta_s)/\gamma_{r,s}]\, k^2 f_{r,s} f_{m-r,n-s}, \\ B_{m,n}^{(2)} &= 2\gamma_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} [\alpha_0\gamma_{r,s} + \\ &\qquad (\beta_n - \beta_s)(\beta_0\alpha_r - \alpha_0\beta_s)/\gamma_{r,s}]\, k^2 f_{r,s} f_{m-r,n-s}, \\ C_{m,n}^{(2)} &= 2\gamma_0\gamma_{m,n}^{-1}(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} [(\alpha_m\beta_0 - \\ &\qquad \alpha_0\beta_n)\gamma_{r,s} - \{\alpha_m(\alpha_m - \alpha_r) + \beta_n(\beta_n - \beta_s)\} \\ &\qquad (\beta_0\alpha_r - \alpha_0\beta_s)/\gamma_{r,s}]\, k^2 f_{r,s} f_{m-r,n-s}. \end{aligned} \right.$$

Pour discuter nos résultats, il convient d'introduire le coefficient de réflexion en énergie $R_{m,n}$ de l'onde réfléchie qui se propage dans la direction $(\alpha_m, \beta_n, \gamma_{m,n})$; $R_{m,n}$ est défini par le rapport de la puissance moyenne rayonnée dans la direction des z positifs par l'onde réfléchie se propageant dans la direction $(\alpha_m, \beta_n, \gamma_{m,n})$ à la puissance moyenne rayonnée dans la direction des z négatifs par l'onde incidente, d'où :

$$(2.18)\quad R_{0,0} = 1 + 2(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \times [\beta_0 R_E A_{0,0} - \alpha_0 R_E B_{0,0}] + |A_{0,0}|^2 + |B_{0,0}|^2 + |C_{0,0}|^2,$$

$$(2.19)\quad R_{m,n} = [|A_{m,n}|^2 + |B_{m,n}|^2 + |C_{m,n}|^2]\, \gamma_{m,n}/\gamma_0,$$

avec $(m, n) \neq (0, 0)$ mais tels que $\gamma_{m,n}$ soit réel.

En égalant à zéro le flux moyen total qui traverse un rectangle de côtés L_1 et L_2, situé dans un plan $z =$ constante et à une grande hauteur au-dessus du plan $z = 0$, nous trouvons :

$$(2.20)\quad \sum_{m,n} R_{m,n} = 1 ;$$

où le signe somme s'applique à toutes les valeurs de m et de n pour lesquelles $\gamma_{m,n}$ est réel. Une forme équivalente de (2.20) est donnée par RICE [1].

Il ressort clairement de (2.16) que $A_{0,0}^{(1)} = B_{0,0}^{(1)} = C_{0,0}^{(1)} = 0$, puisque $f(0, 0) = 0$. Ceci implique qu'en première approximation, le coefficient de réflexion $R_{0,0}$ de l'onde principale n'est pas affecté par les irrégularités.

Pour les termes du second ordre nous avons :

$$A^{(2)}_{0,0} = -2\gamma_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} [\beta_0 \gamma_{r,s} + (2\pi r/kL_1)(\beta_0\alpha_r - \alpha_0\beta_s)/\gamma_{r,s}] . k^2 |f_{r,s}|^2,$$

$$(2.21) \quad B^{(2)}_{0,0} = 2\gamma_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} [\alpha_0 \gamma_{r,s} - (2\pi s/kL_2)(\beta_0\alpha_r - \alpha_0\beta_s)/\gamma_{r,s}] . k^2 |f_{r,s}|^2,$$

$$C^{(2)}_{0,0} = 2(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} [\{\alpha_0(2\pi r/kL_1) + \beta_0(2\pi s/kL_2)\} . (\beta_0\alpha_r - \alpha_0\beta_s)/\gamma_{r,s}] k^2 |f_{r,s}|^2.$$

Nous tirons de ces expressions la conclusion que tant que $\gamma_{r,s}$ est imaginaire pour $(r, s) \neq (0, 0)$, nous avons $R_{0,0} = 1$, $R_{m,n} = 0$ pour $(m, n) \neq (0, 0)$ jusqu'aux termes du second ordre inclusivement. Cependant, dès qu'il y a des valeurs de $r, s \neq (0, 0)$ pour lesquelles $\gamma_{r,s}$ est réel, $Re\, A^{(2)}_{0,0} \neq 0$, $Re\, B^{(2)}_{0,0} \neq 0$, et nous déduisons de (2.18) que $R_{0,0} \neq 1$, et que $R_{m,n} > 0$ pour $(m, n) \neq (0, 0)$ jusqu'aux termes du second ordre inclusivement. L'équation (2.20) peut servir à vérifier nos calculs qui ont conduit aux valeurs de $A^{(1)}_{m,n}$, $B^{(1)}_{m,n}$, $C^{(1)}_{m,n}$, $A^{(2)}_{m,n}$, $B^{(2)}_{m,n}$ et $C^{(2)}_{m,n}$.

3. POLARISATION DANS LE PLAN D'INCIDENCE.

Nous supposons toujours que le plan d'incidence contient l'axe des z. Dans le cas de la polarisation dans le plan d'incidence, le champ électrique de l'onde incidente d'amplitude unité est donné par :

(3.01)

$$E_x^{\text{inc}} = \alpha_0\gamma_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \exp[ik(\alpha_0 x + \beta_0 y - \gamma_0 z)],$$
$$E_y^{\text{inc}} = \beta_0\gamma_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \exp[ik(\alpha_0 x + \beta_0 y - \gamma_0 z)],$$
$$E_z^{\text{inc}} = (\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{1/2} \exp[ik(\alpha_0 x + \beta_0 y - \gamma_0 z)],$$

où $(\alpha_0\, \beta_0 - \gamma_0)$ est la direction de propagation. Pour une frontière plane coïncidant avec le plan $z = 0$, le champ électrique de l'onde réfléchie dans la région des z 0 est donné par :

(3.02)

$$E_x^r = -\alpha_0\gamma_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \exp[ik(\alpha_0 x + \beta_0 y + \gamma_0 z)],$$
$$E_y^r = -\beta_0\gamma_0(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \exp[ik(\alpha_0 x + \beta_0 y + \gamma_0 z)],$$
$$E_z^r = (\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{1/2} \exp[ik(\alpha_0 x + \beta_0 y + \gamma_0 z)].$$

En présence de la surface périodique $z = f(x, y)$ nous prenons pour valeurs des composantes du champ électrique dans la région $z > f(x, y)$ les valeurs suivantes :

(3.03)

$$E_x = E_x^{\text{inc}} + E_x^r + \sum_{m,n=-\infty}^{+\infty} A_{m,n} \times \exp[ik(\alpha_m x + \beta_n y + \gamma_{m,n} z)],$$

$$E_y = E_y^{\text{inc}} + E_y^r + \sum_{m,n=-\infty}^{+\infty} B_{m,n} \times \exp[ik(\alpha_m x + \beta_n y + \gamma_{m,n} z)],$$

$$E_z = E_z^{\text{inc}} + E_z^r + \sum_{m,n=-\infty}^{+\infty} C_{m,n} \times \exp[ik(\alpha_m x + \beta_n y + \gamma_{m,n} z)],$$

où α_m, β_n et $\gamma_{m,n}$ sont donnés par (2.08), (2.09) et (2.10) respectivement.

En tenant compte de la condition aux limites $n \times E = 0$ sur $z = f(x, y)$, nous trouvons les relations ci-dessous pour les termes du premier et du second ordre :

(3.04)

$$A^{(1)}_{m,n} = 2i(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} [\alpha_0 - (\alpha_0^2 + \beta_0^2)\alpha_m] k . f_{m,n},$$
$$A^{(2)}_{m,n} = -i \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} [\gamma_{r,s} A^{(1)}_{r,s} + (\alpha_m - \alpha_r) C^{(1)}_{r,s}] k . f_{m-r,n-s},$$
$$B^{(1)}_{m,n} = 2i(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} [\beta_0 - (\alpha_0^2 + \beta_0^2)\beta_n] k . f_{m,n},$$
$$B^{(2)}_{m,n} = -i \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} [\gamma_{r,s} B^{(1)}_{r,s} + (\beta_n - \beta_s) C^{(1)}_{r,s}] k . f_{m-r,n-s},$$

où nous avons utilisé les développements du type (2.15).

En partant de (3.04) et de la relation de divergence (2.14) nous obtenons finalement :

(3.05)

$$\begin{cases} A^{(1)}_{m,n} = 2i(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} [\alpha_0 - (\alpha_0^2 + \beta_0^2)\alpha_m] k . f_{m,n}, \\ B^{(1)}_{m,n} = 2i(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} [\beta_0 - (\alpha_0^2 + \beta_0^2)\beta_n] k . f_{m,n}, \\ C^{(1)}_{m,n} = 2i(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \gamma_{m,n}^{-1} \times \\ \qquad [\alpha_0\alpha_m + \beta_0\beta_n - (\alpha_0^2 + \beta_0^2)(\alpha_m^2 + \beta_n^2)] k . f_{m,n}, \end{cases}$$

(3.06)

$$A^{(2)}_{m,n} = 2(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} [\{\alpha_0 - (\alpha_0^2 + \beta_0^2)\alpha_r\} \gamma_{r,s} - (\alpha_m - \alpha_r)\{\alpha_0\alpha_r + \beta_0\beta_s - (\alpha_0^2 + \beta_0^2)(\alpha_r^2 + \beta_s^2)\}/\gamma_{r,s}] \times k^2 . f_{r,s} f_{m-r,n-s},$$

$$B^{(2)}_{m,n} = 2(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} [\{\beta_0 - (\alpha_0^2 + \beta_0^2)\beta_s\} \gamma_{r,s} - (\beta_n - \beta_s)\{[\alpha_0\alpha_r + \beta_0\beta_s - (\alpha_0^2 + \beta_0^2)(\alpha_r^2 + \beta_s^2)\}/\gamma_{r,s}] \times k^2 f_{r,s} f_{m-r,n-s},$$

$$C^{(2)}_{m,n} = -2(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \gamma_{m,n}^{-1} \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} [\{\alpha_0\alpha_m + \beta_0\beta_n - (\alpha_0^2 + \beta_0^2).(\alpha_r\alpha_m + \beta_s\beta_n)\} \gamma_{r,s} - \{\alpha_m(\alpha_m - \alpha_r) + \beta_n(\beta_n - \beta_s)\}\{\alpha_0\alpha_r + \beta_0\beta_s - (\alpha_0^2 + \beta_0^2)(\alpha_r^2 + \beta_s^2)\}/\gamma_{r,s}] k^2 f_{r,s} f_{m-r,n-s}.$$

En définissant le coefficient de réflexion $R_{m,n}$ de l'onde réfléchie qui se propage dans la direction $(\alpha_m, \beta_n, \gamma_{m,n})$ de la même manière que dans la section 2 nous obtenons :

$$(3.07) \quad R_{0,0} = 1 + 2(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{1/2} \times R_e C_{0,0} + |A_{0,0}|^2 + |B_{0,0}|^2 + |C_{0,0}|^2,$$

$$(3.08) \quad R_{m,n} = [|A_{m,n}|^2 + |B_{m,n}|^2 + |C_{m,n}|^2] \gamma_{m,n}/\gamma_0,$$

$(m, n) \neq (0, 0)$ mais tels que $\gamma_{m,n}$ soit réel.

En égalant à zéro le flux total moyen qui traverse un rectangle de côtés L_1 et L_2 qui est situé dans un plan $z =$ constante et à une grande hauteur au-dessus du plan $z = 0$, nous obtenons :

$$(3.09) \qquad \sum_{m,n} R_{m,n} = 1,$$

où le signe somme s'applique à toutes les valeurs de m et de n pour lesquelles $\gamma_{m,n}$ est réel.

Il résulte toujours clairement de (3.05) que $A_{0,0} = B_{0,0} = C_{0,0} = 0$. Il s'ensuit que pour ce type de polarisation également et en première approximation, le coefficient de réflexion $R_{0,0}$ n'est pas affecté par les irrégularités. Pour les termes du second ordre nous avons :

(3.10)

$$A_{0,0}^{(2)} = 2(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} \Big[\big\{ \alpha_0 - (\alpha_0^2 + \beta_0^2)\alpha_r \big\} \gamma_{r,s} + (2\pi r/kL_1) \times \big\{ \alpha_0\alpha_r + \beta_0\beta_s - (\alpha_0^2 + \beta_0^2)(\alpha_r^2 + \beta_s^2) \big\} / \gamma_{r,s} \Big] k^2 |f_{r,s}|^2,$$

$$B_{0,0}^{(2)} = 2(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} \Big[\big\{ \beta_0 - (\alpha_0^2 + \beta_0^2)\beta_s \big\} \gamma_{r,s} + (2\pi s/kL_2) \times \big\{ \alpha_0\alpha_r + \beta_0\beta_s - (\alpha_0^2 + \beta_0^2)(\alpha_r^2 + \beta_s^2) \big\} / \gamma_{r,s} \Big] k^2 |f_{r,s}|^2,$$

$$C_{0,0}^{(2)} = -2(\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{-1/2} \sum_{r,s=-\infty}^{+\infty} \Big[(\alpha_0^2 + \beta_0^2) \times (1 - \alpha_r\alpha_0 - \beta_s\beta_0)\gamma_{r,s} + \big\{ (2\pi r/kL_1)\alpha_0 + (2\pi s/kL_2)\beta_0 \big\} \times \big\{ \alpha_0\alpha_r + \beta_0\beta_s - (\alpha_0^2 + \beta_0^2)(\alpha_r^2 + \beta_s^2) \big\} / \gamma_{r,s} \Big] k^2 |f_{r,s}|^2.$$

En ce qui concerne le coefficient de réflexion $R_{m,n}$ on peut tirer les mêmes conclusions que dans la section 2.

4. CONCLUSION.

L'analyse qui est présentée dans cet exposé pour la réflexion d'une onde plane par une surface irrégulière parfaitement conductrice, périodique aussi bien dans la direction des x que dans la direction des y, n'est en principe pas limitée aux termes du second ordre. Toutefois la complication des termes d'un rang plus élevé les rend impraticables.

Dans le cas où la surface est irrégulière dans une seule direction, par exemple la direction des y, le problème devient essentiellement scalaire. Dans ce cas, E_y et H_y conduisent à des solutions indépendantes des équations de MAXWELL ; E_y satisfait à la première condition aux limites ($E_y = 0$ sur f) et H_y satisfait à la seconde condition aux limites ($\partial H_y/\partial_n = 0$ sur f).

De plus, on peut traiter le cas où la surface n'est pas parfaitement conductrice en considérant qu'une seconde série d'ondes planes existe dans la région $z < f(x, y)$. Les amplitudes complexes des ondes planes sont alors déterminées par la continuité de $\underline{n} \times \underline{E}$ et de $\underline{n} \times \underline{H}$ sur $z = f(x, y)$.

Enfin, on peut noter que toutes les méthodes indiquées ci-dessus peuvent également s'appliquer à la réflexion d'une onde plane par une surface *non* périodique à condition d'introduire les intégrales de FOURIER pour les composantes du champ et pour la surface $z = f(x, y)$.

BIBLIOGRAPHIE

[1] RICE (S. O.). Reflection of Electromagnetic Waves from Slightly Rough Surfaces. (Réflection d'ondes électromagnétiques par des surfaces légèrement rugueuses.) *Comm. Pure and Appl. Math.* (1951), 4, pp. 351-378.

[2] BERZ (F.). Reflection and Refraction of Micro-waves at a set of Parallel Metallic Plates. (Réflection et réfraction des microondes par un ensemble de plaques métalliques parallèles.) *Proc. Inst. Electr. Eng.* Part. III (1951), 98, pp. 47-55.